



1ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

Seiscentos estudantes de uma escola foram entrevistados sobre suas preferências quanto aos esportes vôlei e futebol.

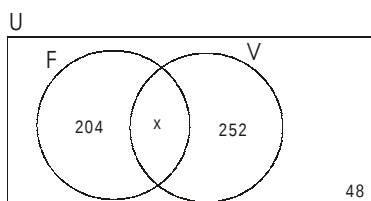
O resultado foi o seguinte: 204 estudantes gostam somente de futebol, 252 gostam somente de vôlei e 48 disseram que não gostam de nenhum dos dois esportes.

- a) Determine o número de estudantes entrevistados que gostam dos dois esportes.
b) Um dos estudantes entrevistados é escolhido, ao acaso. Qual a probabilidade de que ele goste de vôlei?

Cálculos e respostas:

Consideremos F = conjunto dos estudantes entrevistados que gostam de futebol
 V = conjunto dos estudantes entrevistados que gostam de vôlei
 U = conjunto dos estudantes entrevistados.

Podemos, então, construir o seguinte diagrama:



- a) Seja $x = n(F \cap V)$
Temos que $204 + x + 252 + 48 = 600 \Leftrightarrow x = 600 - 504 = 96$.

Logo, 96 estudantes entrevistados gostam dos dois esportes.

b) $P = \frac{252 + 96}{600} = \frac{348}{600} = \frac{58}{100} = 58\%$



MATEMÁTICA - Grupo G - Gabarito

2ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

A relação entre o preço p de determinado produto e a quantidade q disponível no mercado obedece à seguinte lei:

$$5q = p^2 + 2p - 3, \text{ sendo } p \text{ e } q \text{ quantidades positivas e } q \in [1,9].$$

- a) Determine uma expressão que defina p em função de q ;
- b) Na figura que se encontra no espaço reservado para respostas, faça um esboço da parte do gráfico de p em função de q que está contida na região quadriculada.

Cálculos e respostas:

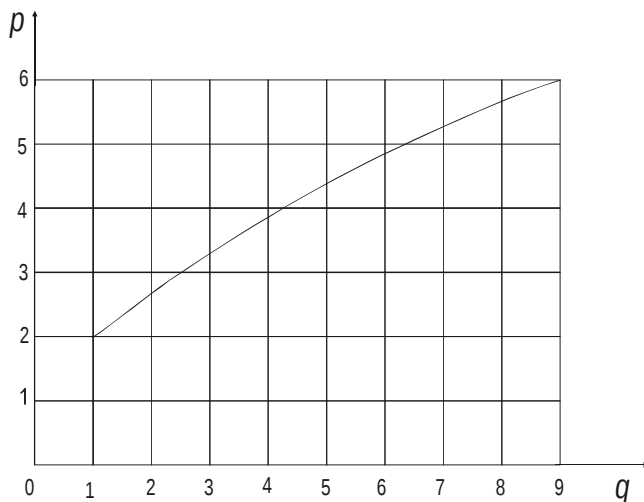
a) $p^2 + 2p - 3 = 5q \Leftrightarrow p^2 + 2p - (3 + 5q) = 0$

$$p = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 4(3 + 5q)}}{2} = -1 \pm \sqrt{4 + 5q}$$

Como p é positivo, temos que $p = -1 + \sqrt{4 + 5q}$, $q \in [1,9]$.

- b) A equação $q = \frac{p^2 + 2p - 3}{5}$, no sistema $q \times p$, é de uma parábola, com concavidade voltada para a direita.

Temos, $p(1) = 2$ e $p(9) = 6$. Logo, a parte do gráfico de p em função de q é a parte de uma parábola e seu esboço é mostrado na figura a seguir:





MATEMÁTICA - Grupo G - Gabarito

3ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

A soma dos n primeiros termos da seqüência de números reais $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ é $\frac{n^2}{3}$, para todo inteiro positivo n .

- a) Verifique se a seqüência é uma progressão geométrica ou uma progressão aritmética ou nenhuma das duas. Justifique sua resposta.
- b) Calcule o milésimo termo da seqüência.

Cálculos e respostas:

a) Seja S_n a soma dos n primeiros termos da seqüência. Temos,

$$a_n = S_n - S_{n-1} = \frac{n^2}{3} - \frac{(n-1)^2}{3} = \frac{n^2}{3} - \frac{n^2 - 2n + 1}{3} = \frac{2n-1}{3}$$

Assim,

$$a_n = \frac{2n-1}{3} \quad \text{e} \quad a_{n-1} = \frac{2n-3}{3}$$

$$a_n - a_{n-1} = \frac{2n-1}{3} - \frac{2n-3}{3} = \frac{2}{3}$$

Logo, a seqüência é uma P.A. de razão $\frac{2}{3}$.

$$\text{b) } a_{1000} = \frac{2 \times 1000 - 1}{3} = \frac{1999}{3}$$



MATEMÁTICA - Grupo G - Gabarito

4ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

Um mercador vendeu parte da mercadoria que carregava em três lugares distintos, vendendo cada unidade ao preço de R\$ 9,00.

No primeiro lugar, vendeu 10% da quantidade inicial que carregava; no segundo, 20% do restante das mercadorias e no terceiro, 50% do que sobrou.

- a) Determine a porcentagem da quantidade inicial de mercadorias correspondente ao total que foi vendido pelo mercador.
- b) Considerando que o mercador recebeu o total de R\$ 57.600,00 com a venda da parte da mercadoria nos três locais citados, por quanto deverá vender cada unidade da parte restante de modo a receber os mesmos R\$ 57.600,00?

Cálculos e respostas:

- a) Seja N o total de mercadorias

No 1º lugar, o mercador vendeu 10% de N. Logo, sobraram 90% N.

No 2º lugar, o mercador vendeu 20% de 90% de N; isto é, 18% N. Logo, sobraram 72% N.

No 3º lugar, o mercador vendeu 50% de 72% de N; isto é, 36% N. Logo, sobraram 36% N.

No total, ele vendeu

$$0,1 N + 0,18 N + 0,36 N = 0,64 N = 64\% \text{ de } N$$

- b) Seja N o número de unidades iniciais.

Temos, $0,64 \times 9 \times N = 57600$

Seja P o preço de cada unidade restante.

Temos, $0,36 \times P \times N = 57600$.

Portanto, $0,36 \times P = 0,64 \times 9 \Leftrightarrow P = 16$. Logo, cada unidade restante deverá ser vendida por R\$ 16,00.

MATEMÁTICA - Grupo G - Gabarito



5ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

Determine as coordenadas dos pontos da reta de equação $y = 3x + 4$ que distam quatro unidades da origem.

Cálculos e respostas:

Os pontos da reta são da forma $P(x, 3x + 4)$

$$d(P, 0) = 4 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (3x+4)^2} = 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 9x^2 + 24x + 16 = 16$$

$$\Leftrightarrow 10x^2 + 24x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x = 0 \\ \text{ou} \\ 10x + 24 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad x = -\frac{24}{10} = -\frac{12}{5}$$

Os pontos são:

$$P_1: x = 0, y = 4 \quad \text{e} \quad P_2: x = -\frac{12}{5}, y = 3\left(-\frac{12}{5}\right) + 4 = -\frac{16}{5}$$

ou

$$P_1 = (0, 4) \quad \text{e} \quad P_2 = \left(-\frac{12}{5}, -\frac{16}{5}\right).$$