

PROGRAD / COSEAC – Padrão de Respostas – Matemática

1ª QUESTÃO:

Verifique se as afirmações a seguir são verdadeiras ou falsas. Justifique sua resposta.

- a) O produto de três números naturais consecutivos é um número par.
- b) Entre dois números inteiros sempre existe um número inteiro.
- c) A soma de dois números racionais é um número racional.

d) $\sqrt{\frac{2^8+2^5}{2^3}}$ é um número irracional.

Cálculos e respostas:

a) Verdadeira

Dados três números naturais consecutivos, pelo menos um deles é par. Logo o produto deles é um número par.

b) Falsa

Por exemplo, entre os números inteiros 1 e 2 não existe um número inteiro.

c) Verdadeira

Considere $\frac{p}{q}$ e $\frac{r}{s}$ números racionais (p, q, r e $s \in \mathbb{Z}$, $q \neq 0$ e $s \neq 0$). Então

$\frac{p}{q} + \frac{r}{s} = \frac{ps+qr}{qs}$ é um número racional, uma vez que $(ps+qr)$ e $qs \neq 0$ são números inteiros.

d) Falsa

$$\sqrt{\frac{2^8+2^5}{2^3}} = \sqrt{\frac{2^5(2^3+1)}{2^3}} = \sqrt{2^{29}} = 6, \text{ que é um número inteiro.}$$

PROGRAD / COSEAC – Padrão de Respostas – Matemática

2ª QUESTÃO:

Em certo curso de graduação, sabe-se que, do número total de alunos, 85% são do sexo feminino e que apenas 72 alunos são do sexo masculino. Determine o número total de alunos do curso.

Cálculos e resposta:

Seja x o número total de alunos.

Do enunciado obtém-se que 15% do número total de alunos são do sexo masculino, isto é,

$$0,15x = 72.$$

Resolvendo a equação acima, tem-se que o número total de alunos do curso é igual a $x = 72 : (0,15) = 480$.

PROGRAD / COSEAC – Padrão de Respostas – Matemática

3ª QUESTÃO:

Dentre as canetas produzidas por certa fábrica, a probabilidade de uma delas **ser** defeituosa é de $\frac{1}{10}$.

- a) Uma caneta é escolhida aleatoriamente. Qual a probabilidade de ela **não ser** defeituosa? (0,4 ponto)
- b) Duas canetas são escolhidas aleatoriamente. Qual a probabilidade de **pelo menos uma delas ser** defeituosa? (0,6 ponto)

Cálculos e respostas:

a) A probabilidade de uma caneta, escolhida aleatoriamente, não ser defeituosa é de:

$$1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$$

b) Escolhidas aleatoriamente duas canetas, a probabilidade de ambas não serem defeituosas é de $\frac{9}{10} \cdot \frac{9}{10} = \frac{81}{100}$. Logo, a probabilidade de pelo menos uma delas ser

defeituosa é de $1 - \frac{81}{100} = \frac{19}{100}$.

PROGRAD / COSEAC – Padrão de Respostas – Matemática

4ª QUESTÃO:

Determine os valores reais de x que são soluções da equação
 $(4 - \ln x)(x^2 - 1) = 0$.

Cálculos e resposta:

Observe-se inicialmente que x deve ser um número real positivo para que a expressão $\ln x$ faça sentido.

$$(4 - \ln x)(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow (4 - \ln x) = 0 \text{ ou } (x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow$$

Note-se ainda que

$$(4 - \ln x) = 0 \Leftrightarrow \ln x = 4 \Leftrightarrow x = e^4$$

$$(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ou } x = -1$$

Como $x > 0$, tem-se que os valores de x , que são as soluções da equação dada, são:
 $x = 1$ e $x = e^4$.

PROGRAD / COSEAC – Padrão de Respostas – Matemática

5ª QUESTÃO:

Considere f a função real de variável real definida por $f(x) = \cos^2(2x) - \sin^2(2x)$.

- a) Determine o valor máximo de f , o valor mínimo de f e os valores de x tais que $f(x) = \frac{1}{2}$.
- b) Verifique se f é periódica e, em caso positivo, determine o período.

Cálculos e respostas:

$$\text{a) } f(x) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos^2(2x) - \sin^2(2x) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos(4x) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ ou } 4x = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi, \quad k \text{ um número inteiro} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} \text{ ou } x = \frac{5\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}, \quad k \text{ um número inteiro.}$$

Como $f(x) = \cos^2(2x) - \sin^2(2x) = \cos(4x)$, então o valor máximo de f é igual a 1 e o valor mínimo de f é igual a -1.

$$\text{b) } f(x) = f(x+p) \Leftrightarrow \cos(4x) = \cos(4(x+p)) = \cos(4x+4p)$$

Como a função cosseno é periódica de período 2π , tem-se que $4p = 2\pi$, isto é $p = \frac{\pi}{2}$.

Logo a função f é periódica de período $\frac{\pi}{2}$.