UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE

TRANSFERÊNCIA – 2º semestre letivo de 2009 e 1º semestre letivo de 2010

CURSO de ENGENHARIA (CIVIL, ELÉTRICA, MECÂNICA, PETRÓLEO, DE PRODUÇÃO e TELECOMUNICAÇÕES) – NITERÓI - Gabarito

INSTRUÇÕES AO CANDIDATO

- Verifique se este caderno contém:

  PROVA DE **REDAÇÃO** – com uma proposta;

  PROVA DE **CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS –** com questões discursivas, totalizando dez pontos.
- Se este caderno não contiver integralmente o descrito no item anterior, <u>notifique imediatamente ao fiscal</u>.
- No espaço reservado à identificação do candidato, além de assinar, preencha o campo respectivo com seu nome.
- Não é permitido fazer uso de instrumentos auxiliares para o cálculo e o desenho, portar material que sirva para consulta nem equipamento destinado à comunicação.
- Na avaliação do desenvolvimento das questões será considerado somente o que estiver escrito a caneta, com tinta azul ou preta, nos espaços apropriados.
- O tempo disponível para realizar as provas é de **quatro horas**.
- Ao terminar, entregue ao fiscal este caderno devidamente assinado. Tanto a falta de assinatura quanto a assinatura fora do local apropriado poderá invalidar sua prova.
- Certifique-se de ter assinado a lista de presença.
- Colabore com o fiscal, caso este o convide a comprovar sua identidade por impressão digital.
- Você deverá permanecer no local de realização das provas por, no mínimo, noventa minutos.

AGUARDE O AVISO PARA O INÍCIO DA PROVA

RESERVADO À IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO

NOME

ASSINATURA : ____________________

RESERVADO AOS AVALIADORES

REDAÇÃO			rubrica: ____________
C. ESPECÍFICOS			rubrica: ____________

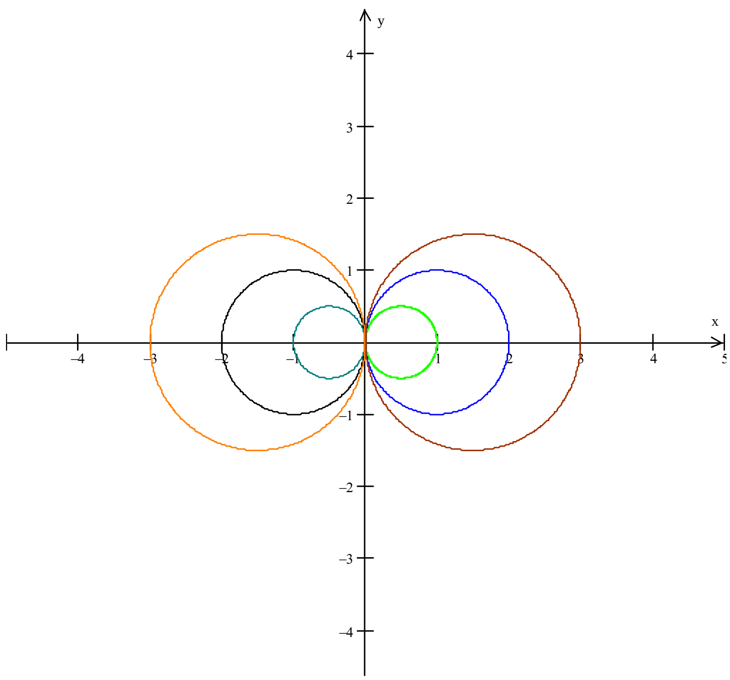
Prova de Conhecimentos Específicos

1ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Faça um esboço do gráfico das curvas de equação $x^2 = 2ax - y^2$ no plano ***XOY.*** Justifique sua resposta.

Cálculos e respostas:

$x^2 = 2ax - y^2 \rightarrow x^2 - 2ax + a^2 + y^2 = a^2 \rightarrow (x - a)^2 + y^2 = a^2$ é a equação de uma família de circunferências com centro em ($a,0$) e raio a. São circunferências com centro no eixo x e que o ponto (0,0) pertence a todos os elementos, conforme a figura a seguir em que são apresentados alguns elementos da família:



2ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Encontre o vetor tangente unitário da curva de equação $\vec{r}(t) = (2\cos t)\vec{i} + (2\,\mathrm{sen}\,t)\vec{j} + \sqrt{5}\,t\,\vec{k}$. Encontre também o comprimento da curva para $0 \le t \le \pi$.

Cálculos e respostas:

O vetor tangente a $\vec{r}(t) = (2\cos t)\vec{i} + (2\,\mathrm{sen}\,t)\vec{j} + \sqrt{5}\,t\,\vec{k}$ é o vetor
$\vec{r}\,'(t) = (2\cos t)'\vec{i} + (2\,\mathrm{sen}\,t)'\vec{j} + (\sqrt{5}\,t)'\,\vec{k}$ que é igual a
$\vec{r}\,'(t) = (-2\,\mathrm{sen}\,t)\vec{i} + (2\cos t)\vec{j} + \sqrt{5}\,\vec{k}$. O vetor unitário é o vetor dividido por sua norma, ou seja,

$$\vec{u}_{\vec{r}\,'(t)} = \frac{(-2\,\mathrm{sen}\,t)\vec{i} + (2\cos t)\vec{j} + \sqrt{5}\,\vec{k}}{\sqrt{(-2\,\mathrm{sen}\,t)^2 + (2\cos t)^2 + \left(\sqrt{5}\right)^2}} = \frac{(-2\,\mathrm{sen}\,t)\vec{i} + (2\cos t)\vec{j} + \sqrt{5}\,\vec{k}}{\sqrt{4\,\mathrm{sen}^2 t + 4\cos^2 t + 5}}$$

$$\vec{u}_{\vec{r}\,'(t)} = \frac{(-2\,\mathrm{sen}\,t)\vec{i} + (2\cos t)\vec{j} + \sqrt{5}\,\vec{k}}{\sqrt{4(\mathrm{sen}^2 t + \cos^2 t) + 5}} = \frac{(-2\,\mathrm{sen}\,t)\vec{i} + (2\cos t)\vec{j} + \sqrt{5}\,\vec{k}}{\sqrt{9}} = (-\frac{2}{3}\,\mathrm{sen}\,t)\vec{i} + (\frac{2}{3}\cos t)\vec{j}$$

O comprimento de arco L é dado por $L = \int_0^{\pi} |\vec{r}\,'(t)|dt = \int_0^{\pi} 3dt = 3\pi$

3ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Resolva $\begin{cases} x+2y+2z=0 \\ 2x+4z=5 \\ 4x+2y+2z+t=0 \\ 4y+2t=10 \end{cases}$ utilizando inversa de matrizes.

Cálculos e respostas:

$\begin{cases} x+2y+2z=0 \\ 2x+4z=5 \\ 4x+2y+2z+t=0 \\ 4y+2t=10 \end{cases} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 & 0 \\ 4 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 0 & 2 \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \\ 10 \end{vmatrix}$ que é uma equação do tipo $A.X = B$. Para resolvê-la é necessário encontrar a inversa da matriz *A* e multiplicá-la pelo vetor *B*. Há vários métodos de cálculo de A^{-1}. $A^{-1} = \begin{vmatrix} 0 & -1/6 & 1/3 & -1/6 \\ 1/2 & -1/6 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & -1/6 & 1/12 \\ -1 & 1/3 & 0 & 1/2 \end{vmatrix}$. Para resolver o sistema, é necessário fazer a multiplicação $A^{-1}.B$:

$A^{-1}.B = \begin{vmatrix} 0 & -1/6 & 1/3 & -1/6 \\ 1/2 & -1/6 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & -1/6 & 1/12 \\ -1 & 1/3 & 0 & 1/2 \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \\ 10 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -5/2 \\ -5/6 \\ 5/2 \\ 20/3 \end{vmatrix}$. Portanto, *x* = -5/2, *y* = -5/6, *z* = 5/2 e *t* = 20/3.

PROAC / COSEAC - Gabarito

4ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Faça um estudo completo da *Curva de Agnesi*, definida por $f(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$, apresentando seu domínio, assíntotas, intervalos de crescimento e decrescimento, concavidade e um esboço do seu gráfico.

Cálculos e respostas:

a. o domínio da função é o conjunto dos Reais (qualquer número real tem imagem pela *f*)

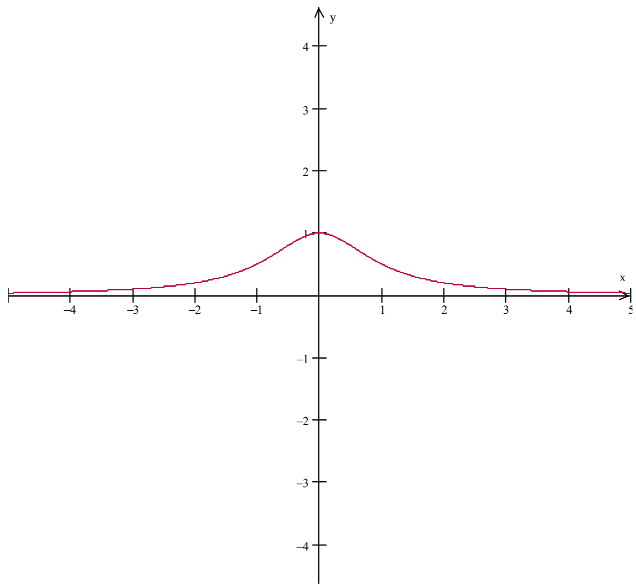
b. não tem assíntotas verticais (domínio Real). Para determinar as assíntotas horizontais será necessário calcular $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ pois a função é par (ou seja $f(-x) = f(x)$) . Portanto: $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{1+x^2} = 0$ e $y = 0$ é assíntota horizontal.

c. Para determinar intervalo de crescimento e decrescimento, é necessário analisar o sinal da derivada da função. Assim, $f(x) = \dfrac{1}{1+x^2} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{-2x}{(1+x^2)^2}$. Como o denominador é sempre maior que zero, o que definirá o sinal de *f* será o numerador. Portanto, para $x < 0$ a derivada é positiva, logo a função é crescente e para $x > 0$ a derivada é negativa, logo a função é decrescente. O ponto de abscissa $x = 0$ é um ponto de máximo local.

d. Para analisar a concavidade do gráfico, é necessário estudar-se o sinal da derivada segunda de *f*. Assim, $f'(x) = \dfrac{-2x}{(1+x^2)^2} \Rightarrow f''(x) = \dfrac{-2+6x^2}{(1+x^2)^3}$. O denominador será sempre positivo. Devemos, pois, analisar o sinal do numerador. Como é uma função quadrática, será positiva se $x < -\dfrac{\sqrt{3}}{3}$, logo terá concavidade voltada para cima para $x \in \left(-\infty, -\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$, será negativa se $-\dfrac{\sqrt{3}}{3} < x < \dfrac{\sqrt{3}}{3}$, ou seja, terá concavidade voltada para baixo se $x \in \left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3}, \dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$ e será positiva se $x > \dfrac{\sqrt{3}}{3}$, ou seja, terá concavidade voltada para cima se $x \in \left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}, +\infty\right)$.

Cálculos e respostas:

e.



5ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Considere a função *f* definida por $\int_0^\infty \frac{e^{-t+x} senx}{x} dx$. Calcule sua derivada.

Cálculos e respostas:

A função *f* definida por $\int_0^\infty \frac{e^{-t+x} senx}{x} dx$ é uma função de *t*. Assim, sua derivada será $f(t) = \int_0^\infty \frac{e^{-t+x} senx}{x} dx = \int_0^\infty \frac{e^{-t}.e^{x} senx}{x} dx = e^{-t}.\int_0^\infty \frac{e^{x} senx}{x} dx.$ Portanto, $f'(t) = -e^{-t}.\int_0^\infty \frac{e^{x} senx}{x} dx = -f(t).$

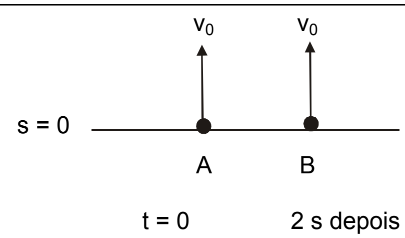
6ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Dois móveis A e B são lançados verticalmente para cima com a mesma velocidade inicial de 15 m/s, do mesmo ponto. O móvel A é lançado no instante t = 0 e o móvel B é lançado 2,0 s depois. Adote g = 10 m/s^2 e despreze a resistência do ar. A partir do ponto de lançamento:

a) determine o instante e a posição do encontro dos móveis A e B.

b) diga se, no instante do encontro, os móveis A e B estão subindo ou descendo.

Cálculos e respostas:



Na figura, B está deslocado para a direita, apenas para visualização; o lançamento é do mesmo ponto.

Móvel A : $v_A = v_0 - gt$; $v_A = 15 - 10t$

$s_A = v_0 t - \frac{1}{2} gt^2$; $s_A = 15t - 5t^2$

Móvel B : $v_B = v_0 - g(t-2)$; $v_B = 15 - 10(t-2)$

$s_B = v_0(t-2) - \frac{1}{2} g(t-2)^2$; $s_B = 15(t-2) - 5(t-2)^2$

a) No encontro : $s_A = s_B$

$15t - 5t^2 = 15(t-2) - 5(t-2)^2$

$3t - t^2 = 3t - 6 - t^2 + 4t - 4$; $0 = 4t - 10$; $4t = 10$; $\mathbf{t = 2{,}5\ s}$

$s_A = 15 \times 2{,}5 - 5 \times 2{,}5^2$; $\mathbf{s_A = s_B = 6{,}25\ m}$

b) Móvel A : para atingir a altura máxima, $v_A = 0$

$v_A = 15 - 10t$; $0 = 15 - 10t$; $t = 1{,}5$ s

Logo, no encontro (**t = 2,5 s**) , o móvel A está DESCENDO.

Móvel B : para atingir a altura máxima, $v_B = 0$

$v_B = 15 - 10(t-2)$; $0 = 15 - 10(t-2)$; $t - 2 = 1{,}5$; $t = 3{,}5$ s

Logo, no encontro (**t = 2,5 s**) , o móvel B está SUBINDO.

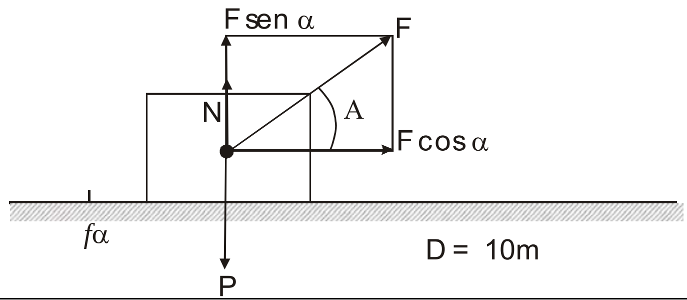
7ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Um garoto puxa um caixote de massa igual a 5,0 kg por 10 m ao longo de uma superfície horizontal, com velocidade constante. Ele executa essa tarefa fazendo uma força F de módulo constante, a 45° com a horizontal. O coeficiente de atrito cinético entre a superfície e o caixote vale 0,20.

Calcule o trabalho realizado:

a) pela força F;

b) pelo peso do caixote.



Cálculos e respostas:

a) V constante → Resultante = 0

$f_{at} = \mu c \,.\, N$

$F \cos\alpha = f_{at} \rightarrow F \cos\alpha = \mu c \,.\, N$

$P = F \,\mathrm{sen}\alpha + N \rightarrow P = F \,\mathrm{sen}\alpha + F \cos\alpha / \mu c \rightarrow P \,.\, \mu c = F (\mu c \,\mathrm{sen}\alpha + \cos\alpha)$

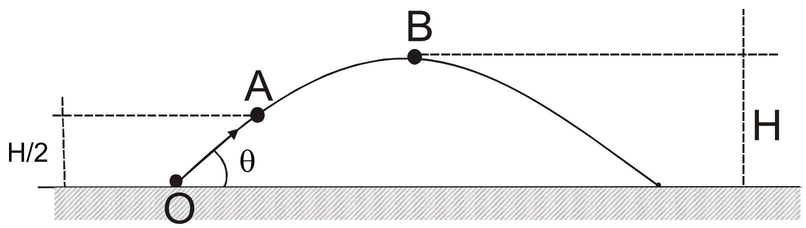
$50 \times 0{,}2 = F\,(0{,}2 \times 0{,}707 + 0{,}707)$; $F \times 0{,}707 = 10 / 1{,}2$

$W_F = F \,.\, \cos\alpha \,.\, d$; $W_F = F \times 0{,}707 \times 10 = (10/1{,}2) \times 10$; $\mathbf{W_{F} = 83\ J}$

b) A força Peso é perpendicular ao deslocamento **d** ; logo, $\mathbf{W_P = 0}$

8ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Um corpo de massa **m** é lançado com velocidade v_0 com ângulo α em relação à horizontal. O módulo da velocidade do corpo no ponto **B**(v_B), ponto de altura máxima, é $\frac{\sqrt{6}}{7}$ do valor do módulo da sua velocidade no ponto **A** (v_A), ponto onde a altura é metade da altura máxima. Despreze a resistência do ar. Determine o valor do ângulo α.



Cálculos e respostas:

v_B = 6/7 v_A ; v_B^2 = 6/7 v_A^2

v_A^2 = 7/6 v_B^2

cos = v_x / v_0

Na horizontal o movimento é uniforme; logo $v_B = v_x$

cos = v_B / v_0

Pela Conservação da Energia : EMB = EMA

1/2mvB2 + mgH = 1/2m vA2 + mgH/2 ; vB2 + 2gH = vA2 + gH ; vB2+ 2gH = 7/6 vB2 + gH

6vB2+ 12gH = 7 vB2 + 6 gH ; vB2 = 6 gH ; vB = 6 gH

EMB = EM0

1/2mvB2 + mgH = 1/2m v02; vB2 + 2gH = v02 ; v02 = 6gH + 2gH ; v02= 8gH

v0= 8gH

cos = 6 gH / 8 gH ; cos = 3/2 ; **= 30o**

9ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Uma rolha cilíndrica de cortiça, cuja massa específica vale $2{,}0 \times 10^3$ kg/m^3 flutua, em repouso, num tanque com água, cuja massa específica vale $1{,}0 \times 10^3$ g/cm^3.

a) Qual percentagem do volume da rolha está submerso?

b) Caso essa rolha seja solta num ponto da água onde ela esteja totalmente submersa, qual a relação entre a força resultante sobre a rolha e o seu peso, no instante em que ela é solta?

Cálculos e respostas:

a)

$P = E$; $mg = Vs \cdot \mu l \cdot g$; $Vc \cdot \mu c \cdot g = Vs \cdot \mu a \cdot g$

$Vs = \mu c / \mu a \cdot Vc$; $Vs = 0{,}2\ Vc$

$\mu c = 200$ kg/m^3 = 0,2 g/cm^3 **Logo, 20 % do volume da rolha está submerso.**

$\mu a = 1{,}0$ g/cm^3

b)

$\mu c / \mu a = 0{,}2$; $\mu a = 5\ \mu c$

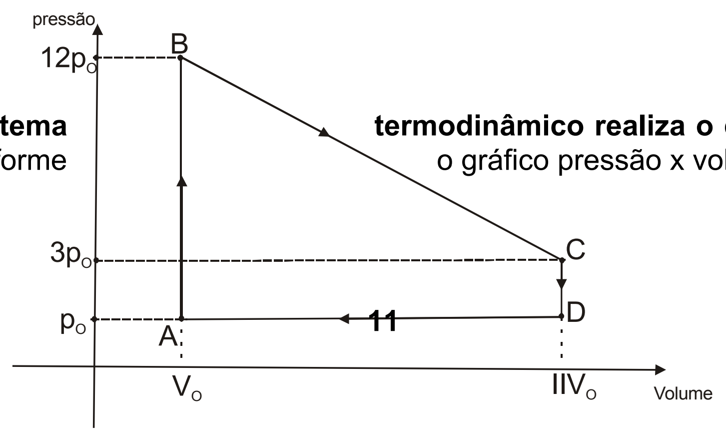
$R = E' - P$; $R = 5P - P$; $R = 4P$

R/P = 4

$E' = Vs' \cdot \mu a \cdot g$; $E' = Vc \cdot 5\ \mu c \cdot g$; $E' = 5\ m \cdot g$; $E' = 5\ P$

10ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Um sistema termodinâmico realiza o ciclo A → B → C → D → A conforme o gráfico pressão x volume da figura.



No ciclo **A → B → C → D → A** , calcule:

a) O trabalho realizado pelo sistema.
b) A quantidade de calor recebida pelo sistema.

Cálculos e respostas:

a) O trabalho realizado pode ser calculado pela área do trapézio de vértices ABCD.

Área = (B + b) h / 2
W= (11 p_0 + 2 p_0) x 10 V_0 / 2
W=13 p_0 x 10 V_0 /2 **W = 65 p_0 x V_0**

b) Num ciclo, $\Delta U = 0$;

Q – W = ΔU ; Q = W ; **Q = 65 p_0 x V_0**