UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE

TRANSFERÊNCIA – 2º semestre letivo de 2009 e 1º semestre letivo de 2010

CURSO de ENGENHARIA (CIVIL, ELÉTRICA, MECÂNICA, DE PRODUÇÃO e TELECOMUNICAÇÕES) – NITERÓI e RIO DAS OSTRAS - Gabarito

INSTRUÇÕES AO CANDIDATO

- Verifique se este caderno contém:
  PROVA DE **REDAÇÃO** – com uma proposta;
  PROVA DE **CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS –** com questões discursivas, totalizando dez pontos.
- Se este caderno não contiver integralmente o descrito no item anterior, notifique imediatamente ao fiscal.
- No espaço reservado à identificação do candidato, além de assinar, preencha o campo respectivo com seu nome.
- Não é permitido fazer uso de instrumentos auxiliares para o cálculo e o desenho, portar material que sirva para consulta nem equipamento destinado à comunicação.
- Na avaliação do desenvolvimento das questões será considerado somente o que estiver escrito a caneta, com tinta azul ou preta, nos espaços apropriados.
- O tempo disponível para realizar as provas é de quatro horas.
- Ao terminar, entregue ao fiscal este caderno devidamente assinado. Tanto a falta de assinatura quanto a assinatura fora do local apropriado poderá invalidar sua prova.
- Certifique-se de ter assinado a lista de presença.
- Colabore com o fiscal, caso este o convide a comprovar sua identidade por impressão digital.
- Você deverá permanecer no local de realização das provas por, no mínimo, noventa minutos.

AGUARDE O AVISO PARA O INÍCIO DA PROVA

RESERVADO À IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO

NOME

ASSINATURA : ____________________

RESERVADO AOS AVALIADORES

REDAÇÃO			rubrica: ____________
C. ESPECÍFICOS			rubrica: ____________

PROAC / COSEAC

Prova de Conhecimentos Específicos

1ª QUESTÃO: (1,5 ponto)

Considere a função f definida por $f(x) = \sqrt{\dfrac{x^4 - 9x^2}{x^2 + 7x + 12}}$.

Determine:

a) o domínio de f.

b) $\lim\limits_{x \to -4^-} f(x)$.

c) a derivada de f.

Cálculos e resposta:

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^4 - 9x^2}{x^2 + 7x + 12}} = \sqrt{\frac{x^2(x-3)(x+3)}{(x+3)(x+4)}}$$

a) $\dfrac{x^2(x-3)(x+3)}{(x+3)(x+4)} \geq 0$ com $x \neq -3$ e $x \neq -4$

x^2	+		+		+	0	+		+
$x - 3$	–		–		–		–	0	+
$x + 3$	–		–	0	+		+		+
$x + 3$	–		–	0	+		+		+
$x + 4$	–	0	+		+		+		+
	+	$\nexists$	–	$\nexists$	–	0	–	0	+

$D = (-\infty, -4) \cup [3, +\infty) \cup \{0\}$

b) $\lim\limits_{x \to -4^-} f(x) = \lim\limits_{x \to -4^-} \sqrt{\dfrac{x^2(x-3)(x+3)}{(x+3)(x+4)}} = +\infty$

c) f'(x) $\Rightarrow$ lnf(x)= $\dfrac{1}{2}\left[\ln x^2 + \ln(x-3) + \ln(x+3) - \ln(x+3) - \ln(x+4)\right]$

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{2}.\left[\frac{2}{x} + \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+4}\right] = \frac{1}{2}\left[\frac{2}{x} + \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+4}\right]$$

$$f'(x) = \sqrt{\frac{x^2(x-3)(x+3)}{(x+3)(x+4)}}\,.\frac{1}{2}\left[\frac{2}{x} + \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+4}\right].$$

$2^{\underline{a}}$ QUESTÃO: (1,5 ponto)

Calcule $\int \frac{x^2}{\sqrt{4x^2+9}}dx$.

Cálculos e respostas:

$$I = \int \frac{x^2}{\sqrt{4x^2+9}}dx = \int \frac{\frac{9}{4}tg^2\theta}{\sqrt{9\sec^2\theta}} \cdot \frac{3}{2}\sec^2\theta\, d\,\theta =$$

$2x = 3$ tg $\theta \rightarrow$ tg $\theta = 2x/3$ e sec $\theta = 1/3\sqrt{4x^2+9}$

$$x = \frac{3}{2}tg\,\theta \rightarrow dx = \frac{3}{2}\sec^2\theta\, d\,\theta$$

$4x^2 + 9 = 9\, tg^2\,\theta + 9 = 9\,(1 + tg^2\,\theta) = 9\sec^2\theta$

$$I = \frac{9}{8}\int tg^2\theta \sec\theta\, d\theta = \frac{9}{8}\int (\sec^2\theta - 1)\sec\theta\, d\theta = \frac{9}{8}\int (\sec^3\theta - \sec\theta)d\theta$$

Cálculo de $\int \sec^3\theta - d\theta = \int \sec\theta.\sec^2\theta\, d\theta$

$u = \sec\theta \rightarrow du = \sec\theta\, tg\,\theta\, d\,\theta$

$d\theta = \sec^2\theta\, d\,\theta \rightarrow v = tg\,\theta$

$$= \sec\theta\, tg\,\theta - \int \sec\theta\, tg^2\theta d\theta = \sec\theta\, tg\,\theta - \int \sec\theta(\sec^2\theta - 1)\, d\theta$$

$$= \sec\theta\, tg\,\theta - \int \sec^3\theta d\theta + \sec\theta d\theta$$

$$\int \sec^3\theta d\theta = \frac{1}{2}\sec\theta\, tg\,\theta + \frac{1}{2}\ln(\sec\theta + tg\theta)$$

Cálculos e respostas :

Voltando,

$$I - \frac{9}{8}\left[\frac{1}{2}\sec\theta\,\mathrm{tg}\,\theta + \frac{1}{2}\ln(\sec\theta + \mathrm{tg}\theta) - \ln(\sec\theta + \mathrm{tg}\theta)\right] + C$$

$$= \frac{9}{16}\left(\sec\theta.\mathrm{tg}\theta - \ln(\sec\theta + \mathrm{tg}\theta)\right) + C$$

$$= \frac{9}{16}\left(\frac{2x}{9}\sqrt{4x^2+9} - \ln\left(\frac{\sqrt{4x^2+9}+2x}{3}\right)\right) + C$$

$3^{\underline{a}}$ QUESTÃO: (1,0 ponto)

Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 11 & -6 & 2 \\ -6 & 10 & -4 \\ 2 & -4 & 6 \end{pmatrix}$. Determine, se possível:

a) sua inversa.
b) seus autovalores.

Cálculos e respostas:

$$A = \begin{pmatrix} 11 & -6 & 2 \\ -6 & 10 & -4 \\ 2 & -4 & 6 \end{pmatrix}$$

det A = 66-+ 48 + 48 – 40 – 176 – 216 = 324 $\neq$ 0

logo A admite inversa.

$$A = \begin{pmatrix} 11 & -6 & 2 \\ -6 & 10 & -4 \\ 2 & -4 & 6 \end{pmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{\det A}(\mathrm{Cof}A)^T$$

$$A\text{-}1 = \frac{1}{324}\begin{pmatrix} 44 & 28 & 4 \\ 28 & 62 & 32 \\ 4 & 32 & 146 \end{pmatrix}^T = \frac{1}{324}\begin{pmatrix} 54 & 28 & 4 \\ 28 & 62 & 32 \\ 4 & 32 & 146 \end{pmatrix}$$

b) Auto valores de A . det (A - λI) = 0 $\rightarrow$

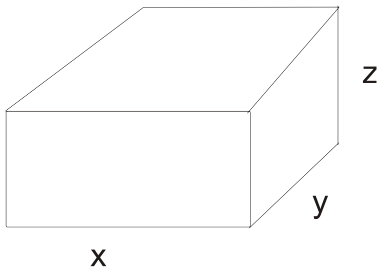
$$\det\begin{pmatrix} 11-\lambda & -6 & 2 \\ -6 & 10-\lambda & -4 \\ 2 & -4 & 6-\lambda \end{pmatrix}^T = 0 \rightarrow \lambda^3 - 27\lambda^2 + 180\lambda - 324 = 0$$

$$\lambda_1 = 3,\ \lambda_2 = 6,\ \lambda_3 = 18$$

4ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Dentre todos os paralelepípedos de volume 27, determine o que tem área mínima.

Cálculos e respostas:



24 = x . y . z   Área = 2 xz + 2 xy + 2 yz

$$z = \frac{27}{xy}$$

$$A = \frac{27}{y} + 2xy + \frac{27}{x}$$

$$\frac{\partial A}{\partial x} = 2y - \frac{54}{x^2} \qquad \frac{\partial A}{\partial y} = \frac{-54}{y^2} + 2x$$

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} = \frac{128}{x^3} \qquad \frac{\partial^2 A}{\partial x \partial y} = 2 = \frac{\partial^2 A}{\partial y \partial x} \qquad \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = \frac{128}{y^3}$$

$$\vec{\nabla} A = 0$$

$$\begin{cases} \dfrac{27}{x^2} = y \rightarrow \dfrac{1}{y} = \dfrac{x^2}{27} \\ \dfrac{27}{y^2} = x \end{cases}$$

$$\frac{x^4}{27} = x \rightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad x = \sqrt[3]{27} = 3 \rightarrow y = 3 \text{ e } z = 3$$

$$H\,(3,3) = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 12 > 0 \rightarrow (3,3) \text{ é ponto de mínimo}$$

Logo, o paralelepídedo é um cubo de lado 3.

5ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Se um astronauta lançasse, na superfície da Lua, um objeto verticalmente para cima, com uma velocidade inicial de 4,0 m/s, o tempo de subida do objeto até alcançar a altura máxima seria de 2,5s.

a) Qual a altura máxima que o objeto alcança?
b) Se o objeto fosse lançado, com a mesma velocidade inicial, na superfície da Terra, onde a aceleração da gravidade é $10 m/s^2$, qual seria a altura máxima alcançada?
c) O tempo de subida até o objeto alcançar a altura máxima na Terra é MAIOR, MENOR ou IGUAL do que o tempo de subida na Lua?

Cálculos e respostas:

a) na superfície da lua:

$$v = v_o - g_L \cdot t \quad \therefore \quad 0 = 4 - g_L \times 2{,}5 \quad \therefore \quad g_L = \frac{4}{2{,}5} = 1{,}6 \text{ m/s}^2$$

$$v^2 = v_o^2 - 2\, g_L h \quad \therefore \quad 0 = 16 - 2 \times 1{,}6 \times h_m \quad \therefore \quad h_m = \frac{16}{3{,}2} = 5 \text{ m}$$

$$h_m = 5{,}0 \text{ m}$$

b) na superfície da Terra:

$$v = v_o - g_T \cdot t' \quad \therefore \quad 0 = 4 - 10t' \quad \therefore \quad t' = \frac{4}{10} = 0{,}4 \text{ s}$$

$$v^2 = v_o^2 - 2\, g_T \cdot h' \quad \therefore \quad 0 = 16 - 2 \times 10 \times h'_m \quad \therefore \quad h'_m = \frac{16}{20} = 0{,}8 \text{ m}$$

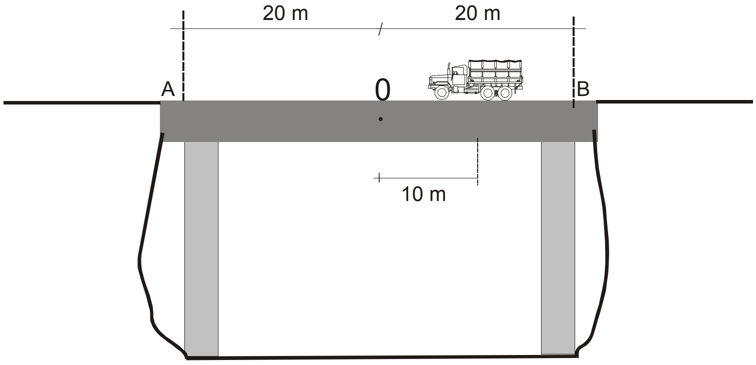
$$h'_m = 0{,}80 \text{ m}$$

c) na Lua: $t = 2{,}5$ s
na Terra: $t' = 0{,}40$ s $>$ $t' < t$

logo, na Terra o tempo é MENOR que na Lua.

6ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

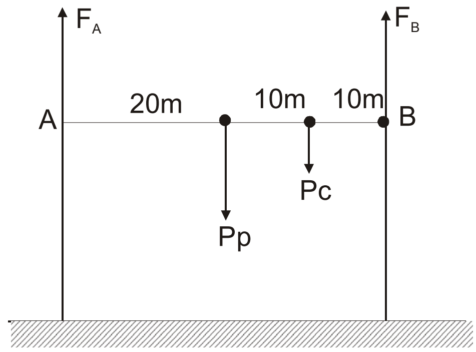
Uma ponte de 40 m de comprimento e peso $1,0 \times 10^6$ N está apoiada em dois pilares de concreto como mostra a figura abaixo.



a) Qual o valor do módulo da força que cada pilar (A e B) exerce sobre a ponte, quando um caminhão de peso igual a $2,0 \times 10^5$ N está parado a 10 m do pilar B?
b) Se o caminhão estivesse parado no ponto 0, o valor do módulo da força exercida por cada um dos pilares A e B seria MAIOR, MENOR ou IGUAL aos valores encontrados no item a?

Cálculos e respostas:

a)



Em equilíbrio:

$F_A + F_B - P_C - P_p = 0 \quad \therefore \quad F_A + F_B = P_C + P_p = 2 \times 10^5 + 10 \times 10^5$

$F_A + F_B = 12 \times 10^5$ N

$\Sigma M_A = 0 \quad \therefore \; P_p \times 20 + P_C \times 30 - 40\, F_B = 0$

$\cancel{10} \times 10^5 \times 20 + 2 \times 10^5 \times 3\cancel{0} = 4\cancel{0}\, F_B$

$F_B = 6,5 \times 10^5$ N

$F_A = 12 \times 10^5 - F_B \quad \therefore \quad F_A = 12 \times 10^5 - 6,5 \times 10^5$

$F_A = 5,5 \times 10^5$ N

Cálculos e respostas :

b) Neste caso : $F'_A = F'_B = \dfrac{12 \times 10^5}{2} = 6{,}0 \times 10^5$ N

logo: $F'_A > F_A$ e $F'_B < F_B$

7ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Dois carrinhos A e B, de massas m_A = 0,20 kg e m_B = 0,40 kg, movem-se juntos sobre uma superfície horizontal sem atrito. Entre eles existe uma mola de massa desprezível que é mantida comprimida por um fio ideal, como indica a figura 1.

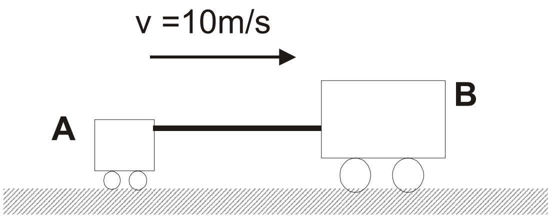


Figura 1

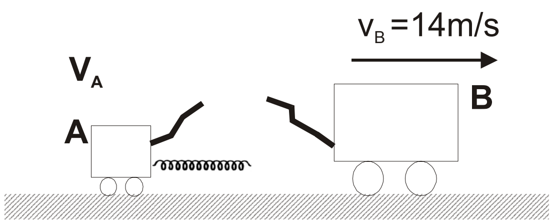


Figura 2

No instante em que a velocidade dos carrinhos é de 10m/s, o fio arrebenta e os carrinhos se separam. Verifica-se, então, que o carrinho B passa a se mover com velocidade v_B = 14m/s (figura 2).

a) Qual a velocidade v_A com que o carrinho A passa a se mover?
b) Calcule a diferença entre as energias cinéticas dos carrinhos depois e antes da "explosão" da mola.

Cálculos e respostas:

a) Pela conservação do momento linear:

$p_F = p_i$

$m_A v_A + m_B v_B = (m_A + m_B)v$

$0{,}2 v_A + 0{,}4 \times 14 = 0{,}6 \times 10$

$0{,}2 v_A = 6 - 5{,}6 \;\therefore\; \quad v_A = 2{,}0$ m/s

b)

$$\Delta E_c = E_{c_F} - E_{c_i}$$

$$E_{c_F} = \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 = \frac{1}{2} \text{ x } 0{,}2 \text{ x } 4 + \frac{1}{2} \text{ x } 0{,}4 \text{ x } 196$$

$$E_{c_F} = 0{,}4 + 39{,}2 \;\therefore\; E_{c_F} = 39{,}6 \text{ J}$$

$$E_{c_i} = \frac{1}{2}(m_A + m_B)v^2 = \frac{1}{2} \text{ x } 0{,}6 \text{ x } 100 \;\therefore\; E_{c_i} = 30 \text{ J}$$

$$\Delta E_c = 39{,}6 - 30 \;\therefore\; \Delta E_c = 9{,}6 \text{ J}$$

8ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Um corpo, de massa 8,0 kg e volume 20 L, está preso a uma mola não deformada, cuja constante elástica é 50 N/cm, e a um fio de massa desprezível. O conjunto está totalmente imerso em água (figura 1).

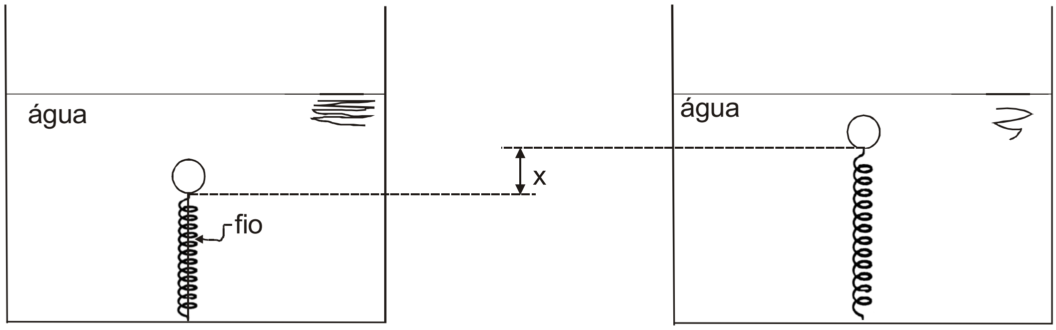


Figura 1 Figura 2

O fio foi cortado e o corpo atinge uma nova posição de equilíbrio, ainda totalmente submerso, deformando a mola de um comprimento x (figura 2).

Calcule o valor de x, considerando os dados abaixo:

massa específica da água = 1,0 g/cm^3
aceleração da gravidade = 10 m/s^2

Cálculos e respostas:

Nas situações das figuras 1 e 2:

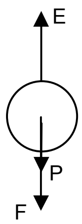
$P = mg = 8 \times 10 = 80\ N$

$E = V_s\, \mu_L g = 20 \times 1 \times 10 = 200N$

$$\mu_{\text{água}} = \frac{1g}{1cm^3} = \frac{10^{-3}kg}{10^{-3}L}$$

$\mu_{\text{água}} = 1kg/L$

Na situação de equilíbrio da figura 2:



$E - P - F = 0$

$F = E - P$

$F = 200 - 80 = 120\ N$

em módulo: $F = kx$

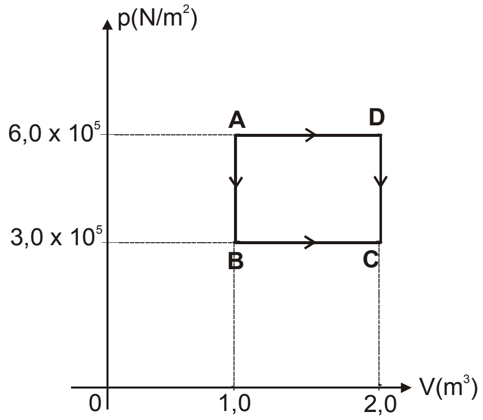
$120 = 50 \cdot x$

$x = 2,4\ cm$

9ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Uma determinada massa de gás perfeito pode passar de um estado A para um estado C por dois percursos, de acordo com a figura abaixo.

Percurso I: A → B → C
Percurso II: A → D → C



a) Em qual dos estados, A ou C, a temperatura do gás é maior?
b) Qual a variação da energia interna do gás entre os estados A e C, pelo percurso II?
c) Em qual dos percursos, I ou II, é maior a quantidade de calor trocada pelo gás? Justifique sua resposta.

Cálculos e respostas:

a)

$$\frac{p_A.V_A}{T_A} = \frac{p_C.V_C}{T_C} \therefore \frac{6{,}0 \times 10^5 \times 1}{T_A} = \frac{3{,}0 \times 10^5 \times 2}{T_C}$$

$$T_C = T_A$$

As temperaturas são iguais nos dois estados A e C

b) como $T_A = T_C \rightarrow U_A = U_C$

logo: $\Delta U = U_C - U_A \quad \therefore \quad \Delta U = 0$

c) $Q - W = \Delta U$

$\Delta U = 0 \rightarrow$ nos dois percursos (I e II)

logo: $Q = W$ nos dois percursos

no percurso I: $W_I = W_{AB} + W_{BC} = 0 + 3 \times 10^5 \times (2-1)$

$$W_I = 3{,}0 \times 10^5 \text{ J}$$

Cálculos e respostas:

No percurso II: $W_{II} = W_{AD} + W_{DC} = 6 \times 10^5 (2 - 1) + 0$

$$W_{II} = 6{,}0 \times 10^5 \text{ J}$$

Logo: $Q_I = 3{,}0 \times 10^5$ J

$Q_{II} = 6{,}0 \times 10^5$ J

$Q_{II} > Q_I$

No percurso II