UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE

TRANSFERÊNCIA – 2º semestre letivo de 2008 e 1º semestre letivo de 2009

CURSO de ENGENHARIA (MECÂNICA) NITERÓI - Gabarito

INSTRUÇÕES AO CANDIDATO

- Verifique se este caderno contém:

  PROVA DE **CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS –** enunciadas questões discursivas, totalizando dez pontos.
- Se este caderno não contiver integralmente o descrito no item anterior, notifique imediatamente ao fiscal.
- No espaço reservado à identificação do candidato, além de assinar, preencha o campo respectivo com seu nome.
- Não é permitido fazer uso de instrumentos auxiliares para o cálculo e o desenho, portar material que sirva para consulta nem equipamento destinado à comunicação.
- Na avaliação do desenvolvimento das questões será considerado somente o que estiver escrito a caneta, com tinta azul ou preta, nos espaços apropriados.
- O tempo disponível para realizar estas provas é de quatro horas.
- Ao terminar, entregue ao fiscal este caderno devidamente assinado. Tanto a falta de assinatura quanto a assinatura fora do local apropriado poderá invalidar sua prova.
- Certifique-se de ter assinado a lista de presença.
- Colabore com o fiscal, caso este o convide a comprovar sua identidade por impressão digital.
- Você deverá permanecer no local de realização das provas por, no mínimo, noventa minutos.

AGUARDE O AVISO PARA O INÍCIO DA PROVA

RESERVADO AOS AVALIADORES

C. ESPECÍFICOS		

rubrica: ____________

Prova de Conhecimentos Específicos

1ª QUESTÃO: (1,5 ponto)

Considere a função f definida por.

$$y = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 2x - 3}\text{. Determine}$$

a) o seu domínio.
b) suas assíntotas horizontais e verticais, caso existam.
c) os pontos onde o gráfico de *f* corta os eixos coordenados.
d) os intervalos em que o gráfico de *f* é crescente e decrescente e onde tem concavidade voltada para cima e para baixo.
e) os pontos de máximo e mínimo locais e inflexão, caso existam.
f) o esboço do gráfico de *f*.

Cálculos e respostas:

a) Dom = R – {-3,1}

b) Horizontal deve-se calcular o limite quando x tende a infinito da função. Assim, y = 1 é assintota horizontal.

c) Para as possíveis assíntotas verticais, os candidatos são os pontos fora do domínio. Deve-se calcular os limites à esquerda e à direita de cada um dos candidatos. Assim, os limites à esquerda e à direita de 1 valem ¾ e à direita de -3 vale **menos** infinito e à esquerda de -3, mais infinito. Portanto, x = -3 é assíntota vertical e x = 1 não é assíntota vertical.

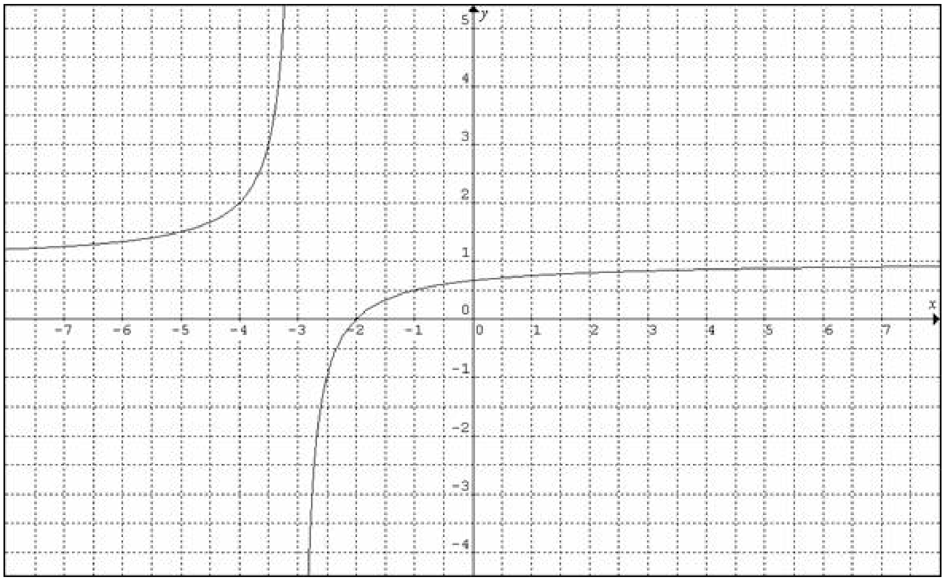
d) Para x = 0, tem-se que f(0) = 2/3 e y = 0 tem-se que x = 1 ou x = -2. Mas x = 1 não pertence ao domínio. Assim, o gráfico corta os eixos em (-2,0) e (0,2/3).

e) Para resolver este item é necessário calcular as derivadas primeira e segunda. A derivada primeira e sempre positiva, portanto, o gráfico de f e sempre crescente. A derivada segunda, e negativa se f é maior que **-3** e positiva se f é menor que **-3.**

f) Não tem ponto de máximo nem de mínimo **e, como -3 não pertence ao domínio, o gráfico não tem ponto de inflexão.**

Cálculos e respostas:

O gráfico fica assim:



2ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Sendo a e b constantes, mostre que $Q(x,t) = 3\,e^{at}\cos(ax + b)$ satisfaz a equação:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Q}{\partial t^2} = 0$$

Cálculos e respostas:

Deve-se calcular a derivada primeira de Q em relação a x e em relação a t.

$Q_x = 3\,e^{at}(-a(\text{sen}(ax+b))$

$Q_t = 3\,a\,e^{at}\cos(ax+b)$

As derivadas segundas serão:

$Q_{xx} = -3a^2\,e^{at}\cos(ax+b)$

$Q_{tt} = 3a^2\,e^{at}\cos(ax+b)$

Logo, satisfaz a equação dada

3ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Considere a equação:

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + 4 = 0$$

Identifique a cônica que ela representa.

Cálculos e respostas:

A equação pode ser escrita como $x^2 + 2xy + y^2 + 2x + 4y + 4 = 0$ que é uma cônica cujos eixos sofreram rotação em relação aos eixos x-y. Assim, precisamos obter sua equação no sistema que foi rotacionado para que se possa identificá-la. Para isso, existem várias formas de se resolver. Uma delas é diagonalizando a matriz A da forma quadrática. Obtém-se, no novo sistema, a equação:

$2v^2$ + raiz(2) u + 3 raiz(2) v + 4 = 0 que é a equação de uma parábola.

4ª QUESTÃO: (1,5 ponto)

Calcule:

a) $\int e^{at} \cos(at + x)\, dx$

b) $\int e^{at} \cos(at + x)\, dt$

Cálculos e respostas:

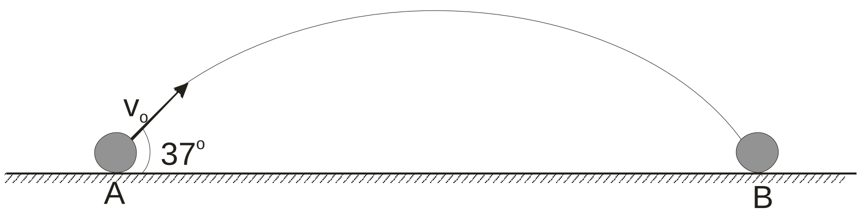
a) esta integral é imediata, pois a variável é x e o demais é considerado constante. É ao caso de se calcular uma integral de A cos (x+B) que é A sen(x+B) + C.
b) esta integral é para ser calculada por partes e é do tipo cíclico. É uma integral do tipo $e^{kt}\cos(kt + M)$, cujo resultado é

$I = e^{at}/(2a)\,(\text{sen}(at+x) + \cos(at+x)) + C$

5ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Uma bola é lançada, no ponto A, com uma velocidade inicial v_o igual a 50 m/s, fazendo um ângulo de 37º com a horizontal, conforme mostra a figura.

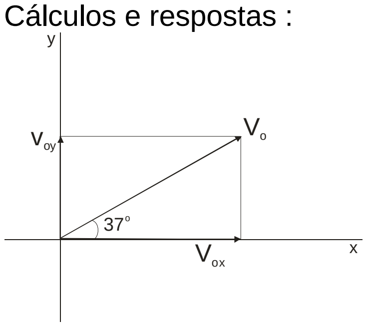
Dados: $g = 10\ m/s^2$; cos 37º = 0,80; sen 37º = 0,60



Determinar:

a) o tempo gasto para a bola atingir o ponto B.
b) a distância horizontal $\overline{AB}$.

Cálculos e respostas :



a) $v_{ox} = v_o \cos 37^o = 50 \times 0{,}8 = 40$ m/s

$v_{oy} = v_o$ sen 37º $= 50 \times 0{,}6 = 30$ m/s

no ponto de altura maxima: $v_y = 0$

$v_y = v_{oy} - gt_m$

$0 = 30 – 10\ t_m \quad \therefore \quad 10\ t_m = 30 \quad t_m = 3s$

No ponto B : $t_B = 2t_m \quad \therefore \quad t_B = 2 \times 3 \quad t_B = 6{,}0$ s

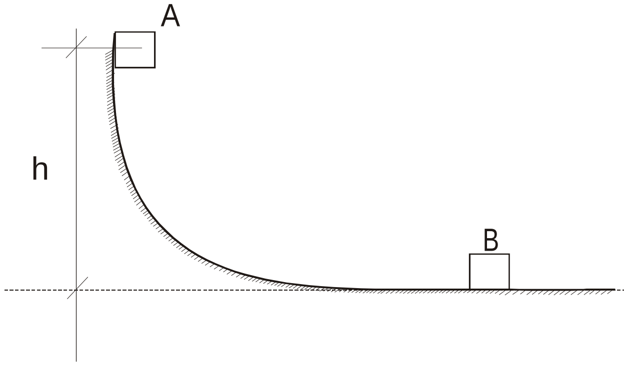
b) $\overline{AB} = v_{ox}\ .\ t_B \quad \therefore \quad \overline{AB} = 40 \times 6 = 240$

$\overline{AB} = 2{,}4 \times 10^2$ m

6ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Um corpo A, de massa igual a 2,0 kg, inicialmente em repouso, desce de uma altura h igual a 5,0 m, deslizando sobre um trilho com atrito desprezível, até colidir com um corpo B, de massa igual a 3,0 kg, em repouso, aderindo a ele instantaneamente. A colisão ocorre no trecho horizontal do trilho, conforme mostra a figura.

Dado: $g = 10\ m/s^2$



Calcule:

a) o módulo da velocidade do corpo A, imediatamente antes da colisão.

b) o módulo da velocidade em que o conjunto se move, imediatamente após a colisão.

Cálculos e respostas:

a) Pela conservação de energia

$$\cancel{m}_A \,.\, g \,.\, h = \frac{1}{2}\cancel{m}_A v_i^2 \quad \therefore \quad v_i = \sqrt{2gh}$$

$$v_i = \sqrt{2 \times 10 \times 5} \quad \therefore \quad v_i = 10 m/s$$

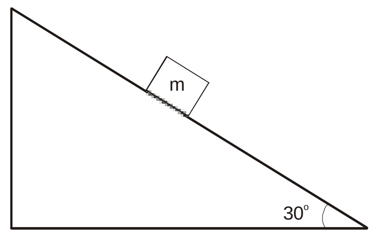
b) Pela conservação do momento linear:

$m_A \,.\, v_i = (m_A + m_B)\, v_f$

$2 \times 10 = 5\, v_f \quad \therefore \quad v_f = 4{,}0\ m/s$

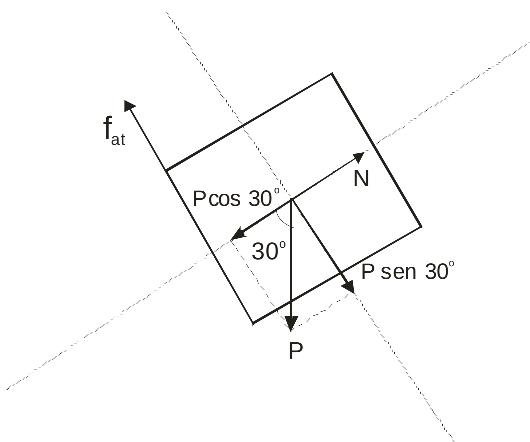
7ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Na figura abaixo, o bloco de massa m, colocado sobre o plano inclinado de 30º , está na iminência de deslizar.



Determine o coeficiente de atrito estático entre o bloco e a superfície do plano inclinado.

Cálculos e respostas:



No equilíbrio: $\begin{cases} f_{at} = P \operatorname{sen} 30^o \\ N = P \cos 30^o \end{cases}$

$$\frac{f_{at}}{N} = \operatorname{tg} 30^o$$

Na iminência de deslizar: $f_{at} = \mu_e \,.\, N$

$$\frac{\mu_e \,.\, \cancel{N}}{\cancel{N}} = \operatorname{tg} 30^o \ \therefore \ \mu_e = \operatorname{tg} 30^o$$

$$\mu_e = \frac{\sqrt{3}}{3} \ \therefore \ \mu_e = 0{,}58$$

8ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Um cubo de 2,0 cm de aresta e massa igual a 6,4 g está em repouso, flutuando na água, com uma das faces paralela à superfície da mesma.

Dado: massa específica da água = 1,0 g/cm^3

a) Determine a altura submersa do cubo.

b) Calcule a massa de um corpo a ser colocado na face superior do cubo, para que esta face tangencie a superfície da água.

Cálculos e respostas:

a) $P = E$

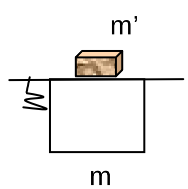
$m\cancel{g} = V_s \,.\, \mu_L \,.\, \cancel{g}$

$m = h_s \,.\, A \,.\, \mu_L$

$6{,}4 = h_s \,.\, (2 \times 2) \,.\, 1$

$h_s = \dfrac{6{,}4}{4} \;\therefore\; h_s = 1{,}6\,\text{cm}$

b)



$P + P' = E \qquad V'_s = 2 \times 2 \times 2 = 8\ \text{cm}^3$

$m\cancel{g} + m'\cancel{g} = V'_s \,.\, \mu_L \,.\, \cancel{g}$

$6{,}4 + m' = 8 \times 1$

$m' = 8 - 6{,}4$

$m' = 1{,}6\ \text{g}$

9ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Um processo adiabático, um gás ideal realiza um trabalho de 300 J. Neste processo:

a) Qual a quantidade de calor que o gás troca com o ambiente?
b) Qual a variação da energia interna do gás?
c) A temperatura do gás aumenta, diminui ou permanece constante?

Cálculos e respostas:

a) $Q = 0$ processo adiabático

b) $\Delta U = Q - W$

$Q = 0$; $W = 300$ J

$\Delta U = 0 - 300$ $\Delta U = -300$ J

c) $\Delta U = U_f - U_i$

Se ΔU é negativa : $U_f < U_i$

Logo $T_f < T_i$

A temperatura do gás diminui.