Prova de Conhecimentos Específicos

1ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Mostre que o conjunto de todos os números inteiros impares (Z_i) é fechado com relação ao produto, mas não é fechado com relação à operação de adição.

Cálculos e respostas:

Seja Zi = $\{ x \in Zi \;/\; x = 2n + 1,\ n \in Z \}$

Sejam $x \wedge y \in Zi$, onde $x = 2n_1 + 1,\ n_1 \in Z$ e $y = 2n_2 + 1,\ n_2 \in Z$

Fazendo x . y, temos:

$$x \cdot y = (2n_1 + 1) \cdot (2n_2 + 1)$$

$$x \cdot y = 4n_1 n_2 + 2n_1 + 2n_2 + 1$$

$$x \cdot y = 2(2n_1 n_2 + n_1 + n_2) + 1,\ (2n_1 n_2 + n_1 + n_2) \in Z$$

$$x \cdot y = 2n + 1 \in Zi$$

Fazendo x + y, temos:

$$x + y = (2n_1 + 1) + (2n_2 + 1)$$

$$x + y = 2n_1 + 2n_2 + 2$$

$$x + y = 2(n_1 + n_2) + 2$$

$$x + y = 2n + 2 \notin Zi$$

2ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Considere as matrizes:

$A = (a_{ij})_{7 \times 8}$, definida por $a_{ij} = \begin{cases} i - j, & \text{se} \quad j < 3 \\ i + j, & \text{se} \quad j \geq 3 \end{cases}$

$B = (b_{jk})_{8 \times 9}$, definida por $b_{jk} = \begin{cases} +k, & \text{se} \quad j \leq 5 \\ -k, & \text{se} \quad i > 5 \end{cases}$

$C = A \cdot B$

Determine o elemento C_{62}.

Cálculos e respostas:

O elemento c_{62} da matriz C é obtido através do somatório do produto da sexta linha da matriz A, pela segunda coluna da matriz B.

sexta linha da matriz A: a_{61} a_{62} a_{63} a_{64} a_{65} a_{66} a_{67} a_{68} , onde:

$a_{61}=(6-1), a_{62}=(6-2), a_{63}=(6+3), a_{64}=(6+4), a_{65}=(6+5), a_{66}=(6+6), a_{67}=(6+7), a_{68}=(6+8)$

$a_{61}= 5$, $a_{62}= 4$, $a_{63}= 9$, $a_{64}= 10$, $a_{65}= 11$, $a_{66}= 12$, $a_{67}= 13$, $a_{68}= 14$

segunda coluna da matriz B: b_{12} b_{22} b_{32} b_{42} b_{52} b_{62} b_{72} b_{82}, onde:

$b_{12}= 2$, $b_{22}= 2$, $b_{32}= 2$, $b_{42}= 2$, $b_{52}= 2$, $b_{62}= -2$, $b_{72}= -2$, $b_{82}= -2$

$c_{62} = (5x2) + (4x2) + (9x2) + (10x2) + (11x2) + [12x(-2)] + [13x(-2)] + [14x(-2)]$

$c_{62} = 10 + 8 + 18 + 20 + 22 – 24 – 26 – 28$

$c_{62} = 78 – 78$

$c_{62} = 0$

3ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Determine o valor de m para que o sistema $\begin{cases} 2x - my = 6 \\ 3x + 2y = 9 \end{cases}$ seja possível e indeterminado.

Cálculos e respostas:

Aplicando ao sistema o método da adição, temos:

$$\begin{cases} -6x + 3my = -18 \\ 6x + 4y = 18 \end{cases}$$

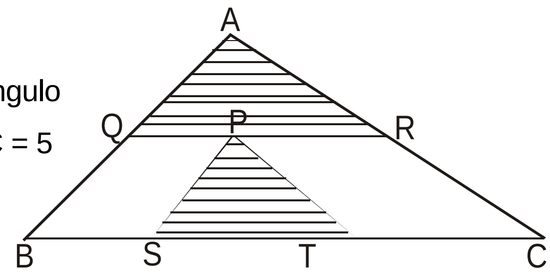
$$(3m + 4)\,y = 0$$

Como queremos um SPI, então essa equação deve evidenciar uma identidade, ou seja, 0 x + 0 y = 0. Portanto, o coeficiente de y deve ser nulo, isto é:

$$3m + 4 = 0 \Rightarrow m = -\frac{4}{3}$$

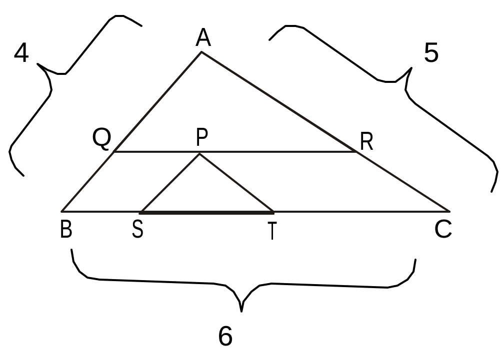
4ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Na figura ao lado, P é o incentro do triângulo ABC, QR//BC, PS//AB e PT//AC. Se AB = 4, AC = 5 e BC = 6, calcular a razão entre as áreas dos triângulos AQR e PST.



Cálculos e respostas:

Os triângulos AQR e PST são semelhantes. A razão entre as áreas é o quadrado da razão de semelhança. PQBS e PRCT são losangos.



Perímetro do Ä AQR =
= AQ + QP + AR + RP
= AB + AC = 4 + 5 = 9

Perímetro do Ä PST =
= PS + ST + PT
= BS + ST + TC + BC = 6

$$\frac{área\Delta AQR}{área\Delta PST} = \left(\frac{9}{6}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

5ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Calcular o raio, a altura e a área total de um cilindro circular reto que tem volume igual ao de um cubo de arestas a e área lateral igual à área da superfície do cubo.

Cálculos e respostas:

Volumes: $\pi r^2 h = a^3$ (1)

Áreas: $2 \pi r h = 6 a^2 \Rightarrow \pi r h = 3 a^2$ (2)

(1) : (2) $\Rightarrow r = 1/3\ a$

Em (2): $\pi\ 1/3\ a\ h = 3 a^2 \Rightarrow h = 9/\pi\ a$

Área Total: $A_T = A_L + 2B$

$A_T = 6 a^2 + 2 \pi\ 1/9\ a^2$

$A_T = 2/9\ (27 + \pi)\ a^2$

Respostas:

$r = a/3$

$h = 9a/\pi$

$A_T = 2/9\ (27 + \pi)\ a^2$

6ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Dadas as proposições:

p: O número 596 é divisível por 2.

q: O número 596 é divisível por 4.

r: O número 596 é divisível por 3.

Passe para a linguagem simbólica as proposições compostas abaixo:

a) É falso que o número 596 é divisível por 2 e por 3, ou o número 596 não é divisível por 4.
b) O número 596 não é divisível por 2 ou por 4, mas é divisível por 3.
c) O número 596 é divisível por 2 se, e somente se, é divisível por 4 e não é divisível por 3.

Cálculos e respostas:

a) $\sim(p \wedge r) \vee \sim q$

b) $(\sim p \vee \sim q) \wedge r$

c) $p \leftrightarrow (q \wedge \sim r)$

7ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Determine o valor lógico de cada uma das proposições da sexta questão:

a)

b)

c)

Cálculos e respostas:

a) V

b) F

c) V

8ª QUESTÃO: (1,0 ponto)

Sabendo que **p** e **q** são verdadeiros e **r** e **s** são falsos, determine os valores lógicos das seguintes proposições:

a) $(q \rightarrow r) \leftrightarrow (\sim q \vee r)$

b) $(p \leftrightarrow q) \wedge (\sim r \rightarrow s)$

Cálculos e respostas:

a) V

b) F