

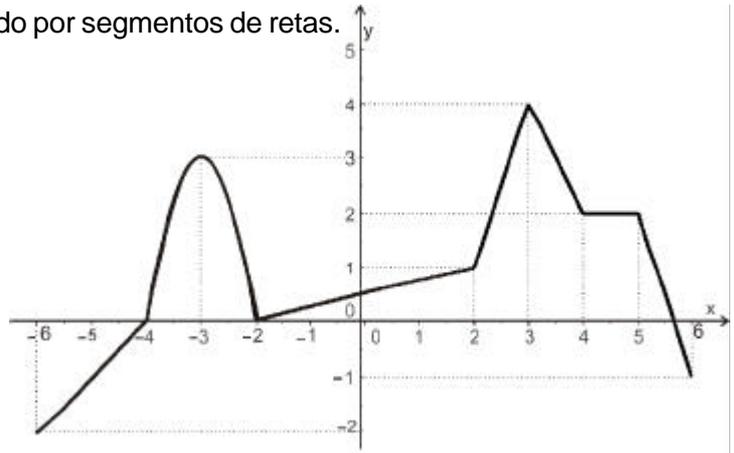
## MATEMÁTICA - Gabarito Grupo G

1ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

A figura abaixo exibe o gráfico de uma função  $y = f(x)$  definida no intervalo  $[-6, +6]$ . O gráfico de  $f$  passa pelos pontos seguintes:  $(-6, -2), (-4, 0), (-3, 3), (-2, 0), (2, 1), (3, 4), (4, 2), (5, 2)$  e  $(6, -1)$ . Exceto no intervalo  $[-4, -2]$ , o gráfico de  $f$  é formado por segmentos de retas.



- Calcule  $f\left(\frac{9}{2}\right)$ .
- Determine a imagem de  $f$ .
- Quantas soluções distintas possui a equação  $f(x) = 1$ ? E a equação  $f(x) = 2$ ? Justifique as suas respostas.
- A função  $f$  é crescente no conjunto  $C = [-4, -3] \cup [2, 3]$ ? Justifique a sua resposta.

Cálculos e respostas:

a) Como  $\frac{9}{2}$  pertence ao intervalo  $[4, 5]$ , o gráfico nos mostra que  $f\left(\frac{9}{2}\right) = 2$ .

b) Imagem de  $f = [-2, 4]$ .

c) A equação  $f(x) = 1$  tem quatro soluções distintas, pois a reta  $y = 1$  intercepta o gráfico de  $f$  em quatro pontos diferentes. A equação  $f(x) = 2$  tem infinitas soluções, pois a reta  $y = 2$  intercepta o gráfico de  $f$  em infinitos pontos.

d) Não, pois  $-3$  e  $2$  são elementos de  $C$ ,  $-3 < 2$  e  $f(-3) > f(2)$ .

## MATEMÁTICA - Gabarito Grupo G

**2ª QUESTÃO:** (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

Em uma loja, Pedro comprou duas calças e nove camisas, pagando R\$ 451,00 no total. Paulo foi à mesma loja e pagou R\$ 207,00 por uma calça e quatro camisas. João comprou, na mesma loja, três calças e nove camisas. Sabendo que cada calça foi vendida por  $x$  reais e cada camisa foi vendida por  $y$  reais, é correto afirmar que João pagou R\$ 500,00? Justifique sua resposta.

Cálculos e respostas:

Se  $x$  é o preço de uma calça e  $y$  o preço de uma camisa, então

$$2x + 9y = 451 \quad \text{e} \quad x + 4y = 207.$$

Sendo assim,  $x = 207 - 4y$ . Substituindo na primeira equação, vemos que

$$2(207 - 4y) + 9y = 451 \Rightarrow 414 - 8y + 9y = 451 \Rightarrow y = 451 - 414 = 37.$$

Conseqüentemente,  $x = 207 - 4y = 207 - 4(37) = 207 - 148 = 59$ .

Assim, João pagou

$$3x + 9y = 3(59) + 9(37) = 510 \text{ reais,}$$

portanto, não é correto afirmar que João pagou R\$ 500,00.

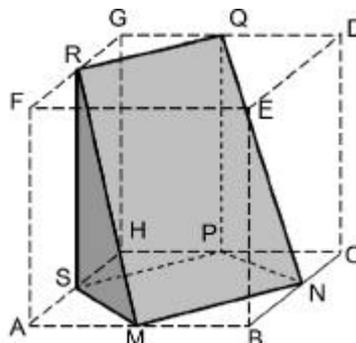
## MATEMÁTICA - Gabarito Grupo G

**3ª QUESTÃO:** (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

Na figura a seguir vê-se um cubo cujas arestas medem 1 metro. M, N, P, Q, R e S representam, respectivamente, os pontos médios de suas arestas AB, BC, HC, DG, GF e AH.



Calcule:

- a) A área do triângulo MRS.
- b) O volume do sólido MNPQRS indicado na figura.

Cálculos e respostas:

a) Claramente,  $\overline{RS} = \overline{AF} = 1$ . Como os triângulos ASM e AHB são semelhantes, tem-se

$$\overline{SM} = \frac{1}{2}\overline{HB}, \quad \overline{HB} = \overline{AB}\sqrt{2} = \sqrt{2} \text{ m.}$$

$$\text{Logo, a área do triângulo MRS é } \frac{1}{2}\overline{SM} \cdot \overline{RS} = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4} \text{ m}^2.$$

b) Como o sólido é um prisma, seu volume é dado pelo produto da área de sua base (que é  $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ) pela sua altura (que é  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ) ambos já calculados no item (a). Logo, o volume do

$$\text{sólido MNPQRS é dado por } \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{4} \text{ m}^3.$$

## MATEMÁTICA - Gabarito Grupo G

4ª QUESTÃO: (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

Ao entrar na sala de aula, um professor de matemática encontrou as seguintes afirmações escritas no quadro:

- I) Se  $x$  é um número real, então  $\sqrt{x^2} = x$ .
- II) Se  $a$  e  $b$  são números reais,  $a \neq 0$  e  $ax > b$ , então  $x > \frac{b}{a}$ .
- III)  $\sum_{n=0}^{21} 3^n = (1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{21}) = \frac{3^{22} - 1}{2}$ .
- IV) Se  $p$  e  $q$  são números reais tais que  $\log p^2 = \log q^2$ , então  $p = q$ .

Diga se cada uma das afirmações acima é verdadeira ou falsa. **Justifique as suas respostas.**

Cálculos e respostas:

I) Falsa! Por exemplo, para  $x = -2$ ,  $\sqrt{(-2)^2} = 2 \neq -2$

II) Falsa! Por exemplo, as escolhas  $a = -1$ ,  $x = -3$  e  $b = 2$  ilustram a falsidade da afirmação.

III) Verdadeira!  $\sum_{n=0}^{21} 3^n = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{21}$  é a soma dos 22 primeiros termos de uma PG

de razão 3 e primeiro termo igual a 1. Tal soma é igual a:  $1 \cdot \frac{3^{22} - 1}{3 - 1} = \frac{3^{22} - 1}{2}$ .

IV) Falsa! Por exemplo,  $-1 \neq 1$  e  $\log[(-1)^2] = \log[(1)^2]$ .

## MATEMÁTICA - Gabarito Grupo G

**5ª QUESTÃO:** (2,0 pontos)

Avaliador

Revisor

Sejam  $f(x) = x^3 - x^2 - 19x$  e  $g(x) = x$ .

- a) Encontre os valores de  $x \in \mathbb{R}$  tais que  $f(x) = g(x)$ .
- b) Encontre os valores de  $x \in \mathbb{R}$  tais que  $f(x) < g(x)$ .

Cálculos e respostas:

a)  $f(x) = g(x) \Rightarrow f(x) - g(x) = 0 \Rightarrow x^3 - x^2 - 20x = 0 \Rightarrow x(x^2 - x - 20) = 0$ . Assim  $x = 0$   
ou  $x^2 - x - 20 = (x-5)(x+4) = 0$ . Logo,  $f(x) = g(x)$  se, e somente se,  $x \in \{-4, 0, 5\}$ .

b)  $f(x) < g(x) \Rightarrow f(x) - g(x) < 0 \Rightarrow x^3 - x^2 - 20x < 0 \Rightarrow x(x^2 - x - 20) = x(x-5)(x+4) < 0$ .

Se  $x > 0$ , então

$$x(x-5)(x+4) < 0 \Rightarrow (x-5)(x+4) < 0 \Rightarrow x \in (-4, 5). \text{ Como } x > 0, \text{ segue-se que } x \in (0, 5).$$

Se  $x < 0$ , então

$$x(x-5)(x+4) < 0 \Rightarrow (x-5)(x+4) > 0 \Rightarrow x \in (-\infty, -4) \cup (5, \infty). \text{ Como } x < 0, \text{ segue-se que } x \in (-\infty, -4).$$

Assim  $f(x) < g(x)$  se, e somente, se  $x \in (-\infty, -4) \cup (0, 5)$ .